FÍSICA

UNIDAD 1 - CAMPO GRAVITATORIO

Los primeros estudios científicos del movimiento de los planetas se remontan a los griegos, que consideraban la teoría del geocentrismo, es decir, la Tierra era el centro del sistema solar.

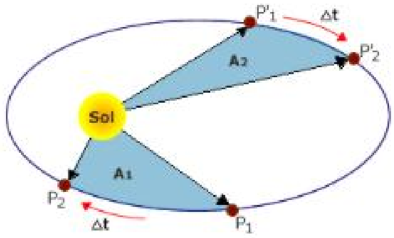
Ptolomeo en el siglo II explicó el movimiento circular de los planetas alrededor de la Tierra, basándose en la teoría del geocentrismo. A esta órbita planetaria alrededor de la Tierra se le denominó deferente o eclíptica.

Fue ya en el siglo XV-XVI cuando Copérnico basó el movimiento de los planetas en la teoría heliocéntrica, es decir, los planetas giran alrededor del Sol. Basándose en la teoría de Copérnico, Johannes Kepler (1571-1630) obtuvo las leyes que rigen el movimiento de los planetas, conociéndolas hoy en día como las Leyes de Kepler.

1.1 Leyes de Kepler

1.1.1 La Ley de la órbita. El Sol ocupa el centro del sistema solar y todos los planetas giran alrededor en órbitas elípticas, ocupando el Sol uno de los focos.

1.1.2 Ley de las áreas. La recta que une el Sol con el planeta barre áres iguales en tiempos iguales.



1.1.3 Para cualquier planeta, el cuadrado de su período orbital es directamente proporcional al cubo de la longitud del semieje mayor de su órbita elíptica.

$$T^2 = C\ a^3$$

Donte T es el periodo de revolución, C la constatne de proporcionalidad de Kepler y a el semieje mayor de la elipse.

Las leyes de Kepler fueron la base de la Ley de Gravitación Universal de Isaac Newton (1642-1727).

1.2. Ley de Newton

Antes de enunciar la ley de gravitación de Newton, recordemos las leyes de Newton que fundamentaron la relación que existe en la fuerza y la masa en la Mecánica.

1.2.1. Primera ley de Newton o principio de inercia. “Si sobre un cuerpo no actúa ninguna fuerza, o la resultante de las fuerzas aplicadas es nula, permanecerá en su estado de reposo inicial o seguirá moviéndose con movimiento rectilíneo uniforme”

1.2.2. Segunda ley de Newton o principio fundamental: “La fuerza nete que actua sobre un cuerpo es directamente proporcional a la masa y a la aceleración con que se mueve”.

$$\vec{F} = m \times \vec{a}$$

1.2.3. Tercera ley de Newton o principio de acción reacción: “Cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, éste ejerce una fuerza igual y de sentido contrario sobre el primero”

Tras los postulados de Kepler y operaciones matemáticas simples, Newton obtuvo la ley de gravitación universal cuyo enunciado es: “La interacción entre dos partículas de masas, situadas a una distancia r, es radial, directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa”.

$$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}_r$$

NOTA: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^2 / kg^2$

donde G es la constante de proporcionalidad que recibe el nombre de constante de gravitación, M es la masa de un cuerpo y m la masa del otro cuerpo, r la distancia que las separa y u_r un vector que representa a dicha fuerza como una magnitud vectorial. El signo negativo indica que la fuerza que la masa mayor hace sobre la menor es de atracción.

Así pues, podemos definir el campo gravitatorio como la perturbación que todo cuerpo material, por el hecho de tener masa, produce en el espacio que lo rodea.

Por otro lado, podemos definir la intensidad del campo gravitatorio en un punto, como la fuerza gravitatoria que actúa sobre la unidad de masa colocada en él:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}_r}{m} \ ; \ \vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r$$

El valor de $g = G \cdot M/r^{2,}$ es la aceleración de la gravedad a una distancia r.

Para campos gravitatorios creados por una esfera homogénea, se debe considerar a dicha esfera como un punto material de la misma masa situado en el centro de la misma.

Ejercicio 1: Obtén la fuerza que actúa sobre una masa de 25 kg situada en un punto donde $g = 5{,}4\ j\ m\ s^{-2.}$

Ejercicio 2: Calcular el campo gravitatorio a una distancia de 500 km sobre la superficie terrestre, sabiendo que el radio de la Tierra es de 6.371 km y su masa es de $5{,}972 \cdot 10^{24}$ kg.

1.3. Trabajo de fuerzas gravitatorias

La fuerza gravitatoria es conservativa. Esto significa que:

- El trabajo que realiza la fuerza gravitatoria sobre un cuerpo que se desplaza depende de las posiciones iniciales y finales, no del camino seguido.
- Todo cuerpo sometido a la fueraz de la gravedad adquiere energía potencial gravitatoria.

La fuerza gravitatoria es una fuerza central ya que siempre se dirige al centro de la masa que crea el campo.

En resumen, el trabajo debido a una fuerza central es conservativo.

1.4. Energía potencial gravitatoria

La energía potencial es la energía mecánica asociada a un cuerpo por encontrarse dentro de un campo de fuerza. En nuestro caso, la energía potencial gravitatoria es la energía que obtiene un cuerpo que esta dentro del campo gravitatorio generado por otra masa que, como hemos visto anteriormente, es un campo conservativo, es decir, el trabajo que realiza la fuerza gravitatoria para desplazar un cuerpo de un lugar a otro depende únicamente de su posición inicial y final. Siempre es negativa. Su fórmula es:

$$E_p = -G\frac{Mm}{r}$$

donde G es la constante de gravitación, M es la masa de un cuerpo, m la masa del otro cuerpo y r es la distancia que las separa. El signo negativo indica que la energía potencial es siempre negativa. Para aplicar la ecuación de la energía potencial hay que tener en cuenta que:
- La energia potencial es negativa, por tanto, al acercarse las masas, disminuye su energía potencial.
- A la inversa, cuando dos masas se alejan, la energía potencial aumenta, ya que es preciso realizar un trabajo externo para separarlas.
- El trabajo exterior necesario para acercar o alejar dos masas se calcula mediante la variación de la energía potencial.

Por tanto, si consideramos dos estados I (inicial) y F (final), obtenemos que:

$$W_{IF} = Ep_I - Ep_f$$

Es decir, "en un campo de fuerzas conservativo, el trabajo realizado por esas fuerzas es igual a la variación de la energía potencial". Esto se conoce como el teorema de la energía potencial.

Por otro lado, existe el teorema de la energía cinética o fuerzas vivas, el cual establece que el trabajo realizado por una fuerza aplicada a una partícula es igual a la diferencia de su energía cinética inicial y su energía cinética final. Por tanto:

$$W_{IF} = Ec_I - Ec_F$$

Agrupando ambos teoremas obtenemos el teorema de la conservación de la energía mecánica:

$$Ec_I + Ep_I = Ec_f + Ep_f$$

Ejercicio 3. Determina la energía potencial de un sistema de dos masas puntuales de 1 kg separadas 1m.

1.5. Potencial gravitatorio

El potencial en un punto del campo gravitatorio, V_g, es la energía potencial que la unidad de masa adquiere al colocarla en dicho punto.

$$V_g = \frac{E_p}{m} = \frac{-G\frac{Mm}{r}}{m} \quad ; \quad V_g = -G\frac{M}{r}$$

Ejercicio 3: Calcula el potencial gravitatorio que crea una masa esférica de 500 kg a 25m de su centro

Ejercicio 4: ¿Qué trabajo desarrolla el campo gravitatorio sobre una masa de 4 kg que va desde un punto con potencial -50 J/kg a otro -20 J/kg?

Ejercicio 5: Determina la velocidad de una masa puntual de 2kg inicialmente en reposo, que bajo la acción exclusiva del campo gravitatorio llega a un punto con potencial -500 J/kg procedente de otro a -100 J/kg?

1.6. Campo gravitatorio terrestre

Si aplicamos todo lo anterior a la Tierra, suponemos que:

- A las distancias con respecto a la superficie, hay que sumarle el radio de la Tierra, $r = R_t + h$, donde R_t es el radio de la Tierra y h es la distancia del cuerpo a la superficie terrestre.

- La distribución de la masa terrestre es homogénea.

Así pues, el campo gravitatorio terrestre es:

$$g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

siendo M_T la masa de la Tierra = $5{,}972 \times 10^{24}$ kg y R_T el radio de la Tierra = 6.371 km

En las proximidades de la Tierra, h es despreciable y se considera 0, obteniendo la expresión:

$$g_0 = G \cdot \frac{M_T}{{R_T}^2}$$

La fuerza que se ejerce sobre un cuepo situado a una altura h sobre la superficie

$$F = m \cdot g = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2}$$

terrestre es:

En las proximidades de la superficie, h es despreciable. A esta fuerza se le llama peso: $P = m \cdot 9{,}8\ m/s^2$.

La energía potencial de una masa colocada a una altura h de la superficie terrestre es:

$$E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T + h}$$

El potencial gravitatorio terrestre es:

$$V = -G \cdot \frac{M_T}{R_T + h}$$

Para calcular la gravedad de la Tierra sobre un cuerpo a cierta altura, utilizaremos la siguiente fórmula:

$$g = g_o \cdot \frac{{R_T}^2}{(R_T + h)^2}$$

1.7. Velocidad de escape

La velocidad de escape V_e, es la velocidad mínima que debe tener un cuerpo sin propulsión propia para escapar de un campo gravitatorio. Para ello, basta con anular su energía mecánica. Por tanto, $E_m = E_p + E_c = 0$. Eso quiere decir que $E_c = -E_p$. Luego:

$$\frac{1}{2} m \cdot V_e^2 = G\frac{Mm}{r} \text{ , de donde } \quad V_e = \sqrt{2G\frac{Mm}{r}}$$

1.8. Movimiento de los satélites artificales

Los satélites artificales describen órbitas circulares que cumplen:

- Son siempre planas, circulares o elípticas. En estas últimas, perigeo es el punto más cercano a la Tierra y el apogeo el punto más lejano.
- El plano de la órbita contiene al centro de la Tierra.
- La inclinación del plano orbital es fija.
- La altura del satélite depende del fin dado al satélite.
- La velocidad de cada satélite depende sólo de la forma y tamañao de la órbita, no de las características del satélite.

Por sencillez, vamos a estudiar solamente las órbitas circulares. Para que la órbita sea estable, la fuerza de la gravedad debe coincidir con la fuerza centrípeta. Es decir:

$$F_g = F_c = m \cdot a_c \;\; ; \;\; G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{V^2}{r} \;\; ; \;\; V = \sqrt{G\frac{M}{r}}$$

donde M es la masa del planeta, m es la masa del satélite, r es el rado de la órbita circular y v es la velocidad del satélite. Por tanto la velocidad orbital queda definida en la formula anterior.

El periodo orbital se calcula teniendo en cuenta que la órbita que describe el satélite es una circunferencia de longitud 2·π·r. Por tanto:

$$T = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi r}{\sqrt{G\frac{M}{r}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

APÉNDICE 1 : Glosario de fórmulas

1. Segunda Ley de Newton:

$F = m \cdot a$ Donde “F” es la fuerza que se aplica a un cuerpo, “m” su masa y “a” la aceleración que adquiere.

2. Fuerza Gravitacional:

$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}_r$ donde “F” es la fuerza de atracción gravitacional, “G” la constante de gravitación ($6{,}67 \cdot 10^{-11}$), “M” la masa de un cuerpo, “m” la masa del otro cuerpo y “r” la distancia que las separa.

3. Intensidad del Campo Gravitatorio:

$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{-G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}_r}{m}$; $\vec{g} = -G\frac{M}{r^2}\vec{u}_r$ donde “g” es intensidad del campo, “G” es la constante de gravitación, “M” la masa del cuerpo y “r” la distancia.

4. Energía Potencial Gravitatoria:

$E_p = -G\frac{Mm}{r}$ donde “E_p” es la energía potencial, “G” constante de gravitación, “M” masa de un cuerpo, “m” masa del otro cuerpo y “r” la distancia que los separa.

5. Trabajo exterior para alejar o acercar dos masas:

$W_{IF} = Ep_I - Ep_f$ Donde “W” es el trabajo que hay que realizar, “Ep_i” es la energía potencial inicial y Ep_f es la energía potencial final.

6. Teorema de la conservación de la energía mecánica:

$Em_1 = Em_2$, siendo $Em = Ec + Ep$, donde “Em_1” es la energía mecánica en la posición 1, “Em_2” es la energía mecánica en la posición 2, Ec es la energía cinética y Ep es la energía potencial. Por tanto:

$Ec_1 + Ep_1 = Ec_2 + Ep_2$

7. Potencial gravitatorio:

$V_g = \frac{E_p}{m} = \frac{-G\frac{Mm}{r}}{m}$; $V_g = -G\frac{M}{r}$ donde “V_g” es el potencial gravitatorio, “Ep” es la energía potencial, “G” la constante de gravitación “M” la masa del cuerpo que genera el potencial.

8. Campo gravitatorio terrestre:

$$g = G \cdot \frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

donde "g" es la intensidad del campo, M_T la masa de la Tierra, "R_T" el radio de la Tierra y h la altura sobre la Tierra.

9. Fuerza gravitacional terrestre:

$$F = m \cdot g = G \cdot \frac{M_T \cdot m}{(R_T + h)^2}$$

donde "F" es la fuerza gravitacional, "m" la masa del cuerpo, "g" intensidad del campo gravitatorio terrestre (9,8 m/s^2), "G" constante gravitacional, "M_T" la masa de la Tierra, "R_T" el radio de la Tierra y h la altura sobre la superficie terrestre.

10. Energía potencial terrestre:

$$E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{R_T + h}$$

donde Ep es la energía potencial terrestre.

11. Potencial gravitatorio terrestre:

$$V = -G \cdot \frac{M_T}{R_T + h}$$

donde "V" es el potencial gravitatorio terrestre.

12. Gravedad sobre una altura de la superficie:

$$g = g_o \cdot \frac{R_T^{\,2}}{(R_T + h)^2}$$

donde "g" es la intensidad del campo, "g_0" es el campo gravitatorio en la superficies de la tierra (9,8 m/s^2), "R_T" es el radio de la Tierra y h la altura sobre la superficie terrestre.

13. Velocidad de escape:

$$V_e = \sqrt{2\,G\frac{M\,m}{r}}$$

donde "G" es la constante de gravitación, "M" la masa del planeta, "m" la masa del cuerpo y r la distancia entre ambos.

14. Velocidad orbital:

$$V = \sqrt{G\frac{M}{r}}$$

donde "G" es la constante de gravitación, "M" la masa del satélite y r la distancia.

15. Período orbital:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{G\frac{M}{r}}} = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\,M}}$$